Российская академия наук
Сибирское отделение
Институт систем информатики
им. А. П. Ершова

М. В. Андреева

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВАРИАНТЫ MAY-ТЕСТОВЫХ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЕЙ ВРЕМЕННЫХ СТРУКТУР СОБЫТИЙ

Препринт
77

Новосибирск 2000

Исследуются варианты may-тестовой эквивалентности дискретно-временных структур событий в интерливинговой, шаговой и частично упорядоченной семантиках. Как результат дается их следовая характеризация, и в заключение рассматриваются взаимосвязи всех введенных эквивалентностей.

Данная работа частично финансируется РФФИ (№ 00-01-00898).

Siberian Division of the Russian Academy of Sciences
A. P. Ershov Institute of Informatics Systems

M. V. Andreeva

CONCURRENT VARIANTS OF MAY-TESTING EQUIVALENCES FOR TIMED EVENT STRUCTURES

Preprint
77

Novosibirsk 2000

Different concurrent (interliving, step and partial order) semantics of may-testing equivalences in the setting of timed event structures are developed. As a main result a trace characterization and comparison of all the equivalences are provided.

This work is supported in part by Russian Fund of Basic Research (Grant N 00-01-00898).

1. ВВЕДЕНИЕ

При изучении и сравнении поведений различных параллельных систем полезно рассматривать все возможные эквивалентностные отношения между ними. Такую линию исследований часто относят к методам компаративной семантики (*comparative concurrency semantics*). С другой стороны, для практических целей спецификации и верификации свойств систем необходимо давать несколько различных понятий эквивалентности для того, чтобы всегда можно было выбрать наиболее простое видение системы.

В литературе наиболее известны три типа семантик, ставших уже классическими [4]. Во-первых, это *интерливинговая семантика*, описывающая параллельность событий в виде их последовательного выполнения в произвольном порядке, при этом упорядочиваются все, возможно причинно не зависимые, выполняемые события. Во-вторых, это *шаговая семантика*, которая описывает истинный параллелизм (*true concurrency*) на событиях в виде их одновременного выполнения. Последняя, *частично упорядоченная семантика* кроме истинного параллелизма учитывает и отношение причинной зависимости.

В настоящее время для параллельных/распределенных систем существует большое разнообразие эквивалентностных понятий, взаимосвязи между которыми хорошо изучены в литературе. Одними из наиболее известных являются два подхода — следовый и тестовый [4, 5]. Две системы считаются *следово эквивалентными*, если совпадают их языки. При тестовом подходе поведение системы исследуется наборами тестов. Два процесса считаются тестово эквивалентными, если они должны пройти один и тот же набор тестов.

Последнее десятилетие резко возрос интерес к разработке и исследованию распределенных систем, функционирующих в режиме реального времени. Поэтому были сделаны попытки ввести понятие времени в эквивалентностные отношения, чтобы позволить исследовать временные аспекты поведения систем.

Цель данной работы — разработка основы для построения тестовых эквивалентностей и предпорядков в различных семантиках в контексте временных структур событий. Структуры событий [7] — одна из популярных моделей с семантикой "истинного"параллелизма. Основное достоинство структур событий состоит в том, что они позволяют естественным образом описывать и изучать базовые отношения (причинной зависимости, параллелизма и недетерминированного выбора) между событиями системы. Тестовые эквивалентности и предпорядки в контексте структур событий были исследованы в работах [3] и [4]. Так как классические модели структур событий не учитывают временные аспекты системного поведения, то в литературе был рассмотрен ряд временных расширений этих моделей. В данной работе исследуются временные структуры событий, введенные в [1] и [2], а точнее, их подкласс — дискретно-временные структуры событий. Поэтому сначала вводится понятие структуры с временными значениями на событиях, а затем в интерливинговой, шаговой и частично упорядоченной семантиках определяются соответствующие тестовые эквивалентности и дается их следовая характеризация, а в заключение предлагается сравнение всех введенных эквивалентностей.

Материал работы разбит на части следующим образом. В разделе 2 вводятся основные понятия, связанные с временными структурами событий. В 3–5 разделах определяются понятия интерливинговой, шаговой и частично упорядоченной тестовых эквивалентностей соответственно и дается их характеризация, а в заключительном 6 разделе рассматриваются взаимосвязи введенных эквивалентностей.

2. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

В этом разделе вводится модель временных структур событий, которая является расширением модели Винскеля [7] за счет введения дискретных временных значений срабатывания на события структуры.

Сначала определим понятие структуры событий. Для этого нам понадобятся следующие обозначения. Пусть $\mathbf{E}$ — множество событий, Act — конечное множество действий и τ — невидимое действие, причем $\tau \notin Act$. Тогда $Act_\tau = Act \cup \{\tau\}$.

Определение 2.1. ***Структура событий****, помеченная над* Act_τ, *— это набор* $S = (E, \leq, \#, l)$, *где*

- $E \subseteq \mathbf{E}$ *— множество событий;*
- $\leq \subseteq E \times E$ *— частичный порядок (**отношение причинной зависимости**), удовлетворяющий принципу конечности причин:* $\forall e \in E \ . \ \{e' \in E \mid e' \leq e\}$ *— конечное множество;*
- $\# \subseteq E \times E$ *— симметричное и иррефлексивное отношение (**отношение конфликта**), удовлетворяющее принципу наследования конфликта:* $\forall e, e', e'' \in E \ . \ e \ \# \ e' \leq e'' \ \Rightarrow \ e \ \# e''$ *;*
- $l : E \to Act_\tau$ *— помечающая функция, сопоставляющая каждому событию действие из* Act_τ.

Введем ряд дополнительных отношений на элементах структур событий. Пусть $S = (E, \leq, \#, l)$. Как обычно, будем писать $e < e'$, если $e \leq e' \wedge e \neq e'$. Обозначим отношение транзитивности через $<^2 = \{(e, e'') \mid \exists e' \in E \;.\; e < e' \wedge e' < e''\}$. Введем отношение непосредственной причинной зависимости как $\lessdot = < \setminus <^2$. Обозначим множества непосредственных предшественников и наследников как ${}^\bullet e = \{e' \mid e' \lessdot e\}$ и $e^\bullet = \{e' \mid e' \lessdot e\}$ соответственно. Отношение параллелизма $\smile$ между событиями структуры определим как $\smile = (E \times E) \setminus (< \cup > \cup \#)$.

Также нам понадобится обозначение $Obs(E) = \{e \in E \mid l(e) \in Act\}$.

Пусть $S = (E, \leq, \#, l)$ — структура событий и $C \subseteq E$. Тогда C — *левозамкнутое*, если $\forall e, e' \in E \;.\; e \in C \;\wedge\; e' \leq e \Rightarrow e' \in C$; C — *бесконфликтное*, если $\forall e,\; e' \in C \;.\; \neg(e \;\#\; e')$; C — *конфигурация в* S, если C — левозамкнутое и бесконфликтное множество. Множество всех конфигураций в S обозначается через $Conf(S)$. В дальнейшем нам понадобится множество $En(C) = \{e \in E \mid C \cup \{e\} \in Conf(S)\}$.

Введем ряд обозначений, необходимых для определения понятия временной структуры событий. Пусть $\mathbf{N}$ — множество натуральных чисел, $\mathbf{N}^+$ — множество положительных натуральных чисел.

Теперь мы можем ввести понятие временной структуры событий.

Определение 2.2. ***Временная структура событий*** *— это пара* $TS = (S, D)$, *где*

- $S = (E, \leq, \#, l)$ *— структура событий;*
- $D : E \to \mathbf{N}$ *— временная функция, сопоставляющая каждому событию натуральное число.*

Для удобства будем также писать $TS = (E, \leq, \#, l, D)$.

Компоненты временной структуры событий $TS = (S, D)$ будем обозначать как $E_{TS}, \leq_{TS}, \#_{TS}, l_{TS}, D_{TS}$. Если будет ясно из контекста, о какой структуре событий идет речь, ее индекс будем опускать. Также в случае необходимости будем указывать индекс структуры событий S у ее дополнительных отношений и обозначений, например $En_{TS}(C)$, $\smile_{TS}$, $<_{TS}$, ${}^\bullet e_{TS}$ для $e \in E_{TS}$.

Множество временных структур событий с событиями из $\mathbf{E}$, помеченных над Act_τ, будем обозначать через $\mathcal{E}_\tau$, пустую временную структуру событий $(\emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset, \emptyset)$ — через $\mathbf{0}$.

Для $X \subseteq E_{TS}$ *ограничение* TS на X определяется как $TS|_X = (X, \leq_{TS}|_X, \#_{TS}|_X, l_{TS}|_X, D|_{TS}) = (X, \leq_{TS} \cap (X \times X), \#_{TS} \cap (X \times X), l_{TS}|_X, D|TS)$.

Две временные структуры событий TS, TS' изоморфны ($TS \simeq TS'$), если существует биекция $\varphi : E_{TS} \to E_{TS'}$ такая, что $e \leq_{TS} e' \Leftrightarrow \varphi(e) \leq_{TS'} \varphi(e')$, $e \#_{TS} e' \Leftrightarrow \varphi(e) \#_{TS'} \varphi(e')$, $l_{TS}(e) = l_{TS'}(\varphi(e))$ и $D_{TS}(e) = D_{TS'}(\varphi(e))$ для всех $e \in E_{TS}$.

Изоморфные классы бесконфлитных временных структур событий, помеченных над Act, т. е. не содержащих помеченные τ события, обозначим как $[TS]_{\simeq}^{Act} = u$ для $TS \in u$. Множество таких классов назовем $Tpomsets^{Act}$.

В графическом представлении временные структуры событий изображаются вместе с сопоставленными им действиями и временными значениями, заключенными в двойные квадратные скобки; между парами событий, включенными в отношение причиной зависимости, рисуются стрелки (стрелки, относящиеся к парам, выводимым из отношения транзитивности, опускаются); между парами событий, включенными в отношение конфликта, рисуются символы $'\#'$ (символы, относящиеся к парам, выводимым из условия наследования конфликта, опускаются). Пример временной структуры событий приведен на рис. 1.

$$\begin{array}{cccccc} & [\![1]\!] & & [\![1]\!] & & [\![1]\!] \\ TS & a : e_1 & \longrightarrow & \tau : e_3 & \longrightarrow & c : e_4 \\ & & & & & \\ & b : e_2 & & & & \\ & [\![1]\!] & & & & \end{array}$$

Рис. 1.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением конечных временных структур событий, т. е. таких, множества событий которых конечны.

3. ИНТЕРЛИВИНГОВАЯ ТЕСТОВАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

В данном разделе описывается интерливинговая семантика и тестирование временных структур событий, а также определяется и характеризуется интерливинговая тестовая экивалентность временных структур событий ($imay$-экивалентность) в контексте рассматриваемой модели.

Фиксируем помеченные временные структуры событий $TS = (E, \leq, \#, l, D)$ и $TS' = (E', \leq', \#', l', D') \in \mathcal{E}_\tau$ и далее будем работать с ними.

Состоянием в TS будем называть пару $M = (C, \delta)$ такую, что $C \in Conf(S)$ и $\delta : E \to \mathbf{N}$ — временная функция, сопоставляющая событиям текущие временные значения. Множество состояний в TS обозначим через $ST(TS)$, а *начальное состояние* в TS — через $M_{TS} = (\emptyset, 0)$. Состояние $M = (C, \delta)$ называется *заключительным*, если $En(C) = \emptyset$.

Интерливинговое выполнение временной структуры событий представляется последовательностью переходов из состояния в состояние, которые осуществляются либо посредством выполнения события, либо посредством истечения некоторого отрезка времени.

Пусть $M_1 = (C_1, \delta_1),\ M_2 = (C_2, \delta_2) \in ST(TS)$, причем M_1 не является заключительным состоянием. Событие $e \in En(C_1)$ *может выполниться* в M_1 (обозначается $M_1 \xrightarrow{e}$), если $\delta_1(e) = D(e)$. Будем писать $M_1 \xrightarrow{a}$, если $M_1 \xrightarrow{e}$ и $l(e) = a$. Состояние M_1 *переходит* в состояние M_2 посредством выполнения события e (обозначается $M_1 \xrightarrow{e} M_2$), если $M_1 \xrightarrow{e}$, $C_2 = C_1 \cup \{e\}$ и для всех $e' \in E_{TS}$

$$\delta_2(e') = \begin{cases} 0, \text{ если } e' \in En(C_2) \setminus En(C_1); \\ \delta_1(e') \text{ иначе.} \end{cases}$$

Будем писать $M_1 \xrightarrow{a} M_2$, если $M_1 \xrightarrow{e} M_2$ и $l(e) = a$. Время $d \in \mathbf{N}^+$ *может пройти* в состоянии M_1 (обозначается $M_1 \xrightarrow{d}$), если $\forall e \in En(C_1)\ .\ \delta_1(e) + d \leq D(e)$. Состояние M_1 *переходит* в состояние M_2 посредством истечения времени $d \in \mathbf{N}^+$ (обозначается $M_1 \xrightarrow{d} M_2$), если верно: $M_1 \xrightarrow{d},\ C_2 = C_1$ и $\delta_2(e) = \delta_1(e) + d$ для всех $e \in E$.

Определение 3.1. *Пусть $TS \in \mathcal{E}_\tau$.* ***Достижимым состоянием*** *назовем такое состояние $M \in ST(TS)$, что существует последовательность переходов $M_{TS} \xrightarrow{\xi_1} \cdots \xrightarrow{\xi_n} M$ $(n \geq 0)$, где $\xi_1 \ldots \xi_n \in (E_{TS} \cup \mathbf{N}^+)^*$. Через $State(TS)$ обозначим множество достижимых состояний в TS.*

Далее под состояниями в TS будем всегда подразумевать достижимые состояния.

Рассмотрим *слабое отношение перехода* на состояниях в TS. Определим $\stackrel{\epsilon}{\Rightarrow}$ как транзитивное и рефлексивное замыкание $\xrightarrow{\tau}$, т. е. $\stackrel{\epsilon}{\Rightarrow} \Leftrightarrow (\xrightarrow{\tau})^*$, а для $x \in Act \cup \mathbf{N}^+$ положим $\stackrel{x}{\Rightarrow} \Leftrightarrow \stackrel{\epsilon}{\Rightarrow}\xrightarrow{x}\stackrel{\epsilon}{\Rightarrow}$. Введем дополнительное правило для отношения $\stackrel{d}{\Rightarrow}$: $M \stackrel{d_1+d_2}{\Rightarrow} \Leftrightarrow M \stackrel{d_1}{\Rightarrow}\stackrel{d_2}{\Rightarrow}$, где $d, d_1, d_2 \in \mathbf{N}^+$.

В дальнейшем нам понадобится функция $time$, сопоставляющая событиям их глобальное временное значение.

Определение 3.2. *Пусть $TS \in \mathcal{E}_\tau,\ e \in E_{TS}$, тогда функция*

$$time_{TS} : E_{TS} \to \mathbf{N}$$

определяется следующим образом:

$$time_{TS}(e) = \begin{cases} D_{TS}(e), & \textit{если } {}^\bullet e = \emptyset; \\ D_{TS}(e) + max\{time_{TS}(e') \mid e' \in {}^\bullet e\} & \textit{иначе.} \end{cases}$$

Далее нам понадобятся следующие вспомогательные обозначения. Пусть $Act(\mathbf{N}) = \{a(d) \mid \ a \in Act \ \wedge \ d \in \mathbf{N}\}$ — множество *временных действий*. Тогда $(Act(\mathbf{N}))^*$ — множество цепочек временных действий. Пусть $\triangle \ : (Act(\mathbf{N}))^* \rightarrow \mathbf{N}$ — функция, измеряющая *длительность* цепочек временных действий, такая, что: $\triangle(\epsilon) = 0, \ \triangle(w.a(d)) = \triangle(w) + d$. Определим множество *временных интерливинговых слов* (ti-слов) как $Dom(Act, \ \mathbf{N}) = \{\langle w, d\rangle_i \mid w \in (Act(\mathbf{N}))^*, \ d \in \mathbf{N}, \ d \geq \triangle(w)\}$.

Определим функцию $\rho_i : (Act_\tau \cup \mathbf{N}^+)^* \longrightarrow Dom(Act, \mathbf{N})$ следующим образом:

$\rho_i(\epsilon) = \langle w_0, d_0\rangle_i = \langle \epsilon, 0\rangle_i$;

$$\rho_i(y_1 \dots y_i) = \begin{cases} \langle w_{i-1}.y_i(d_{i-1} - \triangle(w_{i-1}), d_{i-1}\rangle_i, & \text{если } y_i \in Act; \\ \langle w_{i-1}, d_{i-1} + y_{i-1}\rangle_i, & \text{если } y_i \in \mathbf{N}^+; \\ \langle w_{i-1}, d_{i-1}\rangle_i, & \text{если } y_i = \tau. \end{cases}$$

Обобщим слабое отношение перехода на состояниях в TS на ti-слова из $Dom(Act, \ \mathbf{N})$ следующим образом. Пусть $d \in \mathbf{N}, \ d' \in \mathbf{N}^+, \ a \in Act$ и $w \in (Act(\mathbf{N}))^*$. Тогда:

$$\text{если } M \overset{\epsilon}{\Rightarrow} M', \text{ то } M \overset{\langle \epsilon, 0\rangle_i}{\Rightarrow} M'; \text{ если } M \overset{\langle w,d\rangle_i}{\Rightarrow} \overset{d'}{\Rightarrow} M', \text{ то } M \overset{\langle w, d+d'\rangle_i}{\Rightarrow} M';$$
$$\text{если } M \overset{\langle w,d\rangle_i}{\Rightarrow} \overset{a}{\Rightarrow} M', \text{ то } M \overset{\langle w.a(d-\triangle(w)),d\rangle_i}{\Rightarrow} M'.$$

Множество $L_i(TS) = \{\langle w, d\rangle_i \in Dom(Act, \mathbf{N}) \mid M_{TS} \overset{\langle w,d\rangle_i}{\Rightarrow}\}$ будем называть *ti-языком* временной структуры событий TS. Например, для временной структуры событий TS, изображенной на рис. 1, имеем $L_i(TS) = \{\langle \epsilon, 0\rangle_i, \ \langle \epsilon, 1\rangle_i, \ \langle a(1), 1\rangle_i, \ \langle b(1), 1\rangle_i, \ \langle a(1)b(0), 1\rangle_i, \ \langle b(1)a(0), \ 1\rangle_i, \langle a(1)b(0), 2\rangle_i, \ \langle b(1)a(0), 2\rangle_i, \ \langle a(1)b(0), 3\rangle_i, \ \langle b(1)a(0), 3\rangle_i, \ \langle a(1)b \ (0)c(2), 3\rangle_i, \langle b(1)a(0)c(2), 3\rangle_i\}$.

Пусть $\omega \not\in \ Act_\tau$ и $Act_{\tau,\omega} \ = \ Act_\tau \cup \{\omega\}$. Тогда $\mathcal{E}_{\tau,\omega}$ будет обозначать множество тестов — множество временных структур событий с помечающей функцией над $Act_{\tau,\omega}$. Для теста $TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$ T_{TTS} будет обозначать его начальное состояние.

В следующем определении описывается процесс интерливингового тестирования, а именно, совместное выполнение временной структуры событий и теста в интерливинговой семантике. Далее пусть x с индексом и без него будет элементом множества $Act \cup \mathbf{N}^+$.

Определение 3.3. *Пусть* $TS \in \mathcal{E}_\tau$, $TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$ *и* $M \in State(TS)$, $T \in State(TTS)$. *Тогда*

- $M \| T$ — ***тестовое состояние***. *Тестовое состояние* ***успешно***, *если событие, помеченное символом* ω, *может выполниться в* T $(T \xrightarrow{\omega})$;
- *если* $M \stackrel{x}{\Rightarrow} M'$ *и* $T \stackrel{x}{\Rightarrow} T'$, *то* $M \| T \stackrel{x}{\Rightarrow} M' \| T'$;
- *тестовое состояние* $M \| T$ ***максимально***, *если верно:* $\neg(M \xrightarrow{\tau} \vee\ T \xrightarrow{\tau}) \wedge \forall x \in (Act \cup \mathbf{N}^+)\ .\ \neg(M \| T \stackrel{x}{\Rightarrow})$;
- *последовательность* $M_0 \| T_0 \stackrel{x_1}{\Rightarrow} \cdots \stackrel{x_n}{\Rightarrow} M_n \| T_n$ $(n \geq 0)$ *называется* ***ti-вычислением***, *начинающимся тестовым состоянием* $M_0 \| T_0$, *если* $M_n \| T_n$ *максимальное. Если* $M_n \| T_n$ *успешное, то ti-вычисление является* ***успешным***. *Множество всех ti-вычислений, начинающихся тестовым состоянием* $M \| T$, *будем обозначать через*
$Comp_i(M \| T)$;
- M *imay* T, *если существует успешное ti-вычисление* $\nu \in Comp_i(M \| T)$. TS *imay* TTS, *если* M_{TS} *imay* T_{TTS}.

Теперь определим понятие интерливинговой тестовой эквивалентности временных структур событий.

Определение 3.4.

- $TS \leq_{imay} TS' \Leftrightarrow \forall\ TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}\ .\ TS\ imay\ TTS \Rightarrow TS'imay\ TTS$;
- $TS \simeq_{imay} TS' \Leftrightarrow TS \leq_{imay} TS'\ \wedge\ TS' \leq_{imay} TS$.

Пример *imay*-эквивалентных временных структур событий приведен на рис. 2.

На рис. 3 показаны не *imay*-эквивалентные временные структуры событий TS_1 и TS_3, а также тест TTS_1. Имеем, что TS_1 *imay* TTS_1, но не верно TS_3 *imay* TTS_1, так как любое ti-вычисление из $Comp_i(M_{TS_3} \| T_{TTS_1})$ является неуспешным.

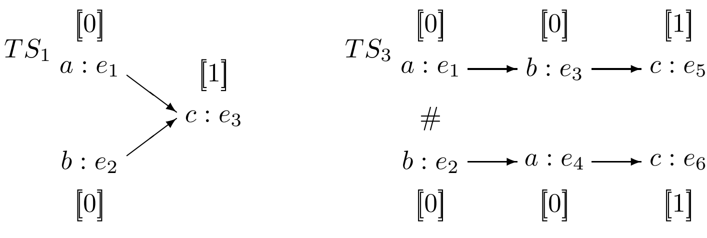

Рис. 2.

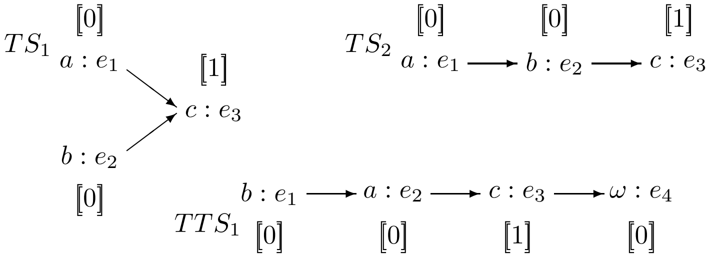

Рис. 3.

В следующей теореме дается следовая характеризация интерливингового тестового предпорядка временных структур событий.

Теорема 3.1. $TS \leq_{imay} TS' \Leftrightarrow L_i(TS) \subseteq L_i(TS')$.

Доказательство.

($\Leftarrow$) Предположим $L_i(TS) \subseteq L_i(TS')$. Пусть $TS\ imay\ TTS$ для некоторого $TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$. Тогда существует успешное ti-вычисление $M_{TS} \| T_{TTS} = M_0 \| T_0 \stackrel{x_1}{\Rightarrow} \cdots \stackrel{x_m}{\Rightarrow} M_m \| T_m$, т. е. $T_m \stackrel{\omega}{\rightarrow}$. Построим ti-слово $\langle w, d\rangle_i = \rho_i(x_1 \ldots x_m)$. Так как $\langle w, d\rangle_i \in L_i(TS) \cap L_i(TTS)$, то $\langle w, d\rangle_i \in L_i(TS') \cap L_i(TTS)$ согласно предположению. Следовательно, $M_{TS'} \stackrel{\langle w,d\rangle_i}{\Rightarrow}$ и $T_{TTS} \stackrel{\langle w,d\rangle_i}{\Rightarrow}$. Тогда существует успешное ti-вычисление $M_{TS'} \| T_{TTS} = M'_0 \| T'_0 \stackrel{x'_1}{\Rightarrow} \cdots \stackrel{x'_{m'}}{\Rightarrow} M'_{m'} \| T'_{m'}$ такое, что $\langle w, d\rangle_i = \rho_i(x'_1 \ldots x'_{i'})$ и $T_m = T_{m'} \stackrel{\omega}{\rightarrow}$, т. е. $TS'\ imay\ TTS$. В силу произвольности выбора TTS получаем $TS \leq_{imay} TS'$.

($\Rightarrow$) Предположим $TS \leq_{imay} TS'$. Пусть $\langle w, d\rangle_i \in L_i(TS)$. Без потери общности полагаем $\langle w, d\rangle_i = \langle a_1(d_1) \ldots a_n(d_n), \sum_{i=1}^{n} d_i + d_{n+1}\rangle_i$, где $n \geq 0$. Нужно показать, что $\langle w, d\rangle_i \in L_i(TS')$. Строим тест $TTS = (E, \leq, \#, l, D) \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$ следующим образом:

- $E = \{e_i | 1 \leq i \leq n+1\}$;
- $\leq\, = \{(e_i, e_j) | 1 \leq i \leq j \leq n+1\}$;
- $\# = \emptyset$;
- $\forall\ 1 \leq i \leq n+1\ .\ l(e_i) = \begin{cases} a_i, & \text{если } 1 \leq i \leq n; \\ \omega, & \text{если } i = n+1; \end{cases}$
- $\forall\ 1 \leq i \leq n+1\ .\ D(e_i) = d_i$.

Тест TTS показан на рис. 4.

По построению TTS существует успешное ti-вычисление $M_{TS} \| T_{TTS} \stackrel{x_1}{\Rightarrow} \cdots \stackrel{x_m}{\Rightarrow} M_m \| T_m$ такое, что $\rho_i(x_1 \ldots x_m) = \langle w, d\rangle_i$. Это означает, что

$$\begin{array}{ccccccccc} a_1 : e_1 & \longrightarrow & a_2 : e_2 & \longrightarrow & \cdots & \longrightarrow & a_n : e_n & \longrightarrow & \omega : e_{n+1} \\ [\![d_1]\!] & & [\![d_2]\!] & & & & [\![d_n]\!] & & [\![d_{n+1}]\!] \end{array}$$

Рис. 4.

$TS\ imay\ TTS$. Поскольку $TS \leq_{imay} TS'$, то существует успешное ti-вычисление $M_{TS'} \| T_{TTS} \overset{x'_1}{\Rightarrow} \cdots \overset{x'_{m'}}{\Rightarrow} M'_{m'} \| T'_{m'}$. Из построения TTS следует, что $\rho_i(x'_1 \ldots x'_m) = \langle w, d \rangle_i$, поэтому $\langle w, d \rangle_i \in L_i(TS')$.

В силу произвольности выбора $\langle w, d \rangle_i \in L_i(TS)$ получаем $L_i(TS) \subseteq L_i(TS')$.
$\square$

Следствие 3.1. $TS \simeq_{imay} TS' \Leftrightarrow L_i(TS) = L_i(TS')$.

4. ШАГОВАЯ ТЕСТОВАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

В данном разделе описывается шаговая семантика и тестирование временных структур событий, а также определяется и характеризуется шаговая тестовая экивалентность временных структур событий (*smay*-экивалентность) в контексте рассматриваемой модели.

Далее нам понадобится понятие *мультимножества*, являющееся расширением понятия множества допущением в нем нескольких одинаковых элементов.

Определение 4.1. *Пусть A — некоторое множество. Мультимножество M над A — это отображение $M : A \to \mathbf{N}$.*

Мультимножества представляют как множества с несколькими одинаковыми элементами. Например, запись $\{a, a, b, c, c, c\}$ обозначает мультимножество M такое, что $M(a) = 2,\ M(b) = 1,\ M(c) = 3$.

Обозначим через $\mathcal{M}(A)$ множество конечных непустых мультимножеств над A, т. е. таких, что $|M| = \sum_{a \in A} M(a) \in \mathbf{N}^+$.

Для $B \subseteq A$ *ограничение* $M \in \mathcal{M}(A)$ на B определим как

$$M|_B(a) = \begin{cases} M(a), & \text{если } a \in B; \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases}$$

Пусть $TS = (E, \leq, \#, l, D) \in \mathcal{E}_\tau$. Положим $l :\ 2^E \to \mathcal{M}(Act_\tau)$ следующим образом: $l(X)(a) = |\{e \in E \mid l(e) = a\}|$. Для $X = \{e_1, \ldots, e_n\} \subseteq E$ будем писать $l(\{e_1, \ldots, e_n\}) = \{l(e_1), \ldots, l(e_n)\}$.

Определение 4.2. *Пусть* $TS = (E, \leq, \#, l, D) \in \mathcal{E}_\tau$. *Тогда* $X \subseteq E$ — ***шаг****, если* $\forall e, e' \in X \ . \ e \smile e' \wedge time_{TS}(e) = time_{TS}(e')$.

Шаговое выполнение временной структуры событий представляется последовательностью переходов из состояния в состояние, которые осуществляются посредством истечения некоторого отрезка времени либо выполнения шага.

Определим отношение перехода посредством выполнения шага следующим образом. Пусть $TS \in \mathcal{E}_\tau$, $M_1 = (C_1, \delta_1)$, $M_2 = (C_2, \delta_2) \in State(TS)$, причем M_1 не является заключительным состоянием. Шаг X *может выполниться* в M_1 (обозначается $M_1 \xrightarrow{X}$), если $\forall e \in X \ . \ M_1 \xrightarrow{e}$. Будем писать $M_1 \xrightarrow{A}$, если $M_1 \xrightarrow{X}$ и $l(X) = A$. Состояние M_1 *переходит* в состояние M_2 посредством выполнения шага X (обозначается $M_1 \xrightarrow{X} M_2$), если $M_1 \xrightarrow{X}$, $C_2 = C_1 \cup X$ и для всех $e \in E_{TS}$

$$\delta_2(e) = \begin{cases} 0, & \text{если } e \in En(C_2) \setminus En(C_1); \\ \delta_1(e) & \text{иначе.} \end{cases}$$

Будем писать $M_1 \xrightarrow{A} M_2$, если $M_1 \xrightarrow{X} M_2$ и $l(X) = A$.

Теперь рассмотрим слабое отношение перехода. Дополним отношение $\overset{\epsilon}{\Rightarrow}$ транзитивным и рефлексивным замыканием множества $\{\overset{A}{\Rightarrow} \mid A \in \mathcal{M}(\{\tau\})\}$ и в соответствии с этим дополним отношение $\overset{d}{\Rightarrow}$ для $d \in \mathbf{N}^+$. Для $A \in \mathcal{M}(Act)$ положим $\overset{A}{\Rightarrow} \Leftrightarrow \overset{\epsilon}{\Rightarrow}\xrightarrow{B}\overset{\epsilon}{\Rightarrow}$, где $B \in \mathcal{M}(Act_\tau)$ и $B|_{Act} = A$.

Определим $\mathcal{M}(Act)(\mathbf{N}) = \{A(d) \mid A \in \mathcal{M}(Act), \ d \in \mathbf{N}\}$ — множество *временных мультимножеств действий* и $(\mathcal{M}(Act)(\mathbf{N}))^*$ — множество их цепочек. Пусть $\triangle : (\mathcal{M}(Act)(\mathbf{N}))^* \to \mathbf{N}$ — функция, измеряющая длительность таких цепочек: $\triangle(\epsilon) = 0$, $\triangle(A(d).w) = d + \triangle(w)$. Далее определим множество *временных шаговых слов* (ts-слов) как $Dom(\mathcal{M}(Act), \mathbf{N}) = \{\langle w, d\rangle_s \mid w \in (\mathcal{M}(Act)(\mathbf{N}))^*, \ d \in \mathbf{N}, \ d \geq \triangle(w)\}$. Для последовательности $x_1 \ldots x_n \in (\mathcal{M}(Act_\tau) \cup \mathbf{N}^+)^*$ определим функцию $\rho_s : (\mathcal{M}(Act_\tau) \cup \mathbf{N}^+)^* \to Dom(\mathcal{M}(Act), \mathbf{N})$ следующим образом:

$\rho_s(\epsilon) = \langle w_0, d_0\rangle_s = \langle \epsilon, 0\rangle_s$;

$$\rho_s(x_1 \ldots x_i) = \begin{cases} \langle w_{i-1}, d_{i-1}\rangle_s, & \text{если } x_i \in \mathcal{M}(\{\tau\}); \\ \langle w_{i-1}, d_{i-1} + x_i\rangle_s, & \text{если } x_i \in \mathbf{N}^+; \\ \langle w_{i-1}.x_i|_{Act}(d_{i-1} - \triangle(w_{i-1})), d_{i-1}\rangle_s & \text{иначе;} \end{cases}$$

где $1 \leq i \leq n$.

Обобщим слабое отношение перехода на ts-слова из $Dom(\mathcal{M}(Act), \mathbf{N})$. Пусть $A \in \mathcal{M}(Act)$, $d \in \mathbf{N}$, $d' \in \mathbf{N}^+$ и $w \in (\mathcal{M}(Act)(\mathbf{N}))^*$. Тогда

если $M \overset{\epsilon}{\Rightarrow} M'$, то $M \overset{\langle \epsilon,0\rangle_s}{\Rightarrow} M'$; если $M \overset{\langle w,d\rangle_s}{\Rightarrow}\overset{d'}{\Rightarrow} M'$, то $M \overset{\langle w,d+d'\rangle_s}{\Rightarrow} M'$;
если $M \overset{\langle w,d\rangle_s}{\Rightarrow}\overset{A}{\Rightarrow} M'$, то $M \overset{\langle w.A(d-\triangle(w)),d\rangle_s}{\Rightarrow} M'$.

Множество $L_s(TS) = \{\langle w,d\rangle_s \in Dom(\mathcal{M}(Act),\mathbf{N}) \mid M_{TS} \overset{\langle w,d\rangle_s}{\Rightarrow}\}$ будем называть *ts-языком* временной структуры событий. Например, для временной структуры событий TS, изображенной на рис. 1, имеем $L_s(TS)=$ $\{\langle\epsilon,0\rangle_s, \langle\epsilon,1\rangle_s, \langle\{a\}(1),1\rangle_s, \langle\{b\}(1),1\rangle_s, \langle\{a,b\}(1),1\rangle_s, \langle\{a\}(1)\{b\}\ (0),1\rangle_s,$ $\langle\{b\}(1)\{a\}(0),1\rangle_s,\ \langle\{a,b\}(1),2\rangle_s,\ \langle\{a\}(1)\{b\}(0),2\rangle_s,\ \langle\{b\}(1)\{a\}(0),\ 2\rangle_s,$ $\langle\{a,b\}(1),3\rangle_s,\ \langle\{a\}(1)\{b\}(0),3\rangle_s,\ \langle\{b\}(1)\{a\}(0),3\rangle_s,\ \langle\{a,b\}(1)\{c\}(2),3\rangle_s,$ $\langle\{a\}(1)\{b\}(0)\{c\}(2),3\rangle_s, \langle\{b\}(1)\{a\}(0)\{c\}(2),3\rangle_s\}$.

Далее нам понадобится следующее понятие. Пусть $TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega},\ T \in State(TTS)$ и X– шаг в TTS. Тогда X — *максимальный шаг при состоянии* T, если $T \overset{X}{\rightarrow}$ и для всех шагов $X' \subseteq E_{TTS}$ верно $(T \overset{X'}{\rightarrow} \wedge X \subseteq X') \Rightarrow X = X'$.

В следующем определении описывается процесс шагового тестирования, а именно: совместное выполнение временной структуры событий и теста в шаговой семантике. Далее, пусть x с индексом и без него будет элементом множества $\mathcal{M}(Act) \cup \mathbf{N}^+$.

Определение 4.3. *Пусть $TS \in \mathcal{E}_\tau$, $TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$, $M \in State(TS)$, $T \in State(TTS)$ и $A \in \mathcal{M}(Act)$. Тогда*

- *если $M \overset{A}{\Rightarrow} M'$ и $T = (C,\delta) \overset{A}{\Rightarrow} T' = (C',\delta')$, то $M\|T \overset{A}{\Rightarrow} M'\|T' \Leftrightarrow$ $C' \setminus C$ — максимальный шаг при T;*
- *последовательность $M_0\|T_0 \overset{x_1}{\Rightarrow} \cdots \overset{x_n}{\Rightarrow} M_n\|T_n$ $(n \geq 0)$ называется* ***ts-вычислением****, начинающимся тестовым состоянием $M_0\|T_0$, если $M_n\|T_n$ максимальное. Если $M_n\|T_n$ успешное, то ts-вычисление является* ***успешным****. Множество всех ts-вычислений, начинающихся тестовым состоянием $M\|T$, будем обозначать через*
  $Comp_s(M\|T)$;
- *M smay T, если существует успешное ts-вычисление $\nu \in Comp_s$ $(M\|T)$. TS smay TTS, если M_{TS} smay T_{TTS}.*

Теперь определим понятие шаговой тестовой эквивалентности временных структур событий.

Определение 4.4.

- $TS \leq_{smay} TS' \Leftrightarrow \forall\, TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}\ .\ TS\ smay\ TTS \Rightarrow TS'\ smay\ TTS;$
- $TS \simeq_{smay} TS' \Leftrightarrow TS \leq_{smay} TS'\ \wedge\ TS' \leq_{smay} TS.$

Пример *smay*-эквивалентных временных структур событий приведен на рис. 5.

На рис. 2 временные структуры событий TS_1 и TS_2 не *smay*-эквивалентны, так как для теста TTS_2 с рис. 5 имеем $TS_1 \; smay \; TTS_2$, но не верно $TS_2 \; smay \; TTS_2$, поскольку все ts-вычисления из $Comp_s(M_{TS_2} \| T_{TTS_2})$ являются неуспешными.

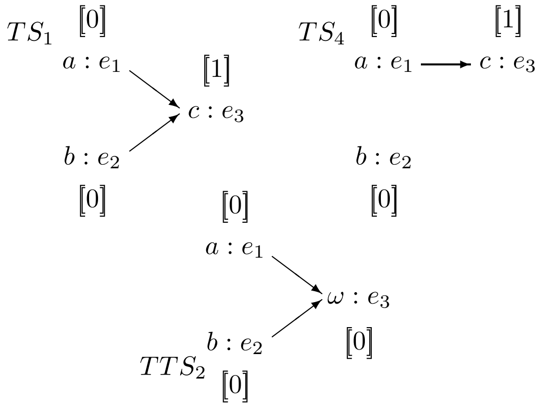

Рис. 5.

В следующей теореме дается следовая характеризация шагового тестового предпорядка временных структур событий.

Теорема 4.1. $TS \leq_{smay} TS' \Leftrightarrow L_s(TS) \subseteq L_s(TS')$.

Доказательство.

($\Leftarrow$) Предположим $L_s(TS) \subseteq L_s(TS')$. Пусть $TS \; smay \; TTS$ для некоторого $TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$. Тогда существует успешное ts-вычисление $M_{TS} \| T_{TTS} \overset{x_1}{\Rightarrow} \cdots \overset{x_m}{\Rightarrow} M_m \| T_m$. Построим ts-слово $\langle w, d\rangle_s = \rho_s(x_1 \dots x_m)$. Так как $\langle w, d\rangle_s \in L_s(TS) \cap L_s(TTS)$, то $\langle w, d\rangle_s \in L_s(TS') \cap L_s(TTS)$ согласно предположению. Следовательно, $M_{TS'} \overset{\langle w,d\rangle_s}{\Rightarrow}$ и $T_{TTS} \overset{\langle w,d\rangle_s}{\Rightarrow}$. Тогда существует успешное ts-вычисление $M_{TS'} \| T_{TTS} \overset{x'_1}{\Rightarrow} \cdots \overset{x'_{m'}}{\Rightarrow} M'_{m'} \| T'_{m'}$ такое, что $\langle w, d\rangle_s = \rho_s(x'_1 \dots x'_{m'})$, т. е. $TS' \; smay \; TTS$. В силу произвольности выбора TTS получаем $TS \leq_{smay} TS'$.

($\Rightarrow$) Предположим $TS \leq_{smay} TS'$. Пусть $\langle w, d\rangle_s \in L_s(TS)$. Без потери общности полагаем $\langle w, d\rangle_s = \langle A_1(d_1) \dots A_n(d_n), \sum_{i=1}^{n} d_i + d_{n+1}\rangle_s$, где $n \geq 0$ и $\forall 1 \leq i \leq n \; . \; A_i = \{a_{i,1}, \dots, a_{i,n_i}\} \in \mathcal{M}^{Act}$. Нужно показать, что $\langle w, d\rangle_s \in L_s(TS')$. Строим тест $TTS = (E, \leq, \#, l, D) \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$ следующим образом:

- $E = \bigcup_{i=1}^{n+1} X_i$,
  где $X_{n+1} = \{e_{n+1}\}$ и $\forall 1 \leq i \leq n \ . \ X_i = \{e_{i,1}, \ldots, e_{i,n_i}\}$;
- $\leq = \bigcup_{1 \leq i \leq j \leq n+1} X_i \times X_j$;
- $\# = \emptyset$;
- $\forall \ 1 \leq i \leq n \ . \ l(X_i) = A_i; \ l(e_{n+1}) = \omega$;
- $\forall \ 0 \leq i \leq n+1, e \in X_i \ . \ D(e) = d_i$.

Тест TTS показан на рис. 6.

$$\begin{array}{ccccccccc} A_1 : X_1 & \longrightarrow & A_2 : X_2 & \longrightarrow & \cdots & \longrightarrow & A_n : X_n & \longrightarrow & \omega : e_{n+1} \\ [\![d_1]\!] & & [\![d_2]\!] & & & & [\![d_n]\!] & & [\![d_{n+1}]\!] \end{array}$$

Рис. 6.

По построению TTS существует успешное ts-вычисление $M_{TS} \| T_{TTS} \stackrel{x_1}{\Rightarrow} \cdots \stackrel{x_m}{\Rightarrow} M_m \| T_m$ такое, что $\rho_s(x_1 \ldots x_m) = \langle w, d \rangle_s$. Это означает, что TS $smay$ TTS. Поскольку $TS \leq_{smay} TS'$, то существует успешное ts-вычисление $M_{TS'} \| T_{TTS} \stackrel{x'_1}{\Rightarrow} \cdots \stackrel{x'_{m'}}{\Rightarrow} M'_{m'} \| T'_{m'}$. Из построения TTS следует, что $\rho_s(x'_1 \ldots x'_m) = \langle w, d \rangle_s$, поэтому $\langle w, d \rangle_s \in L_s(TS')$.

В силу произвольности выбора $\langle w, d \rangle_s \in L_s(TS)$ получаем $L_s(TS) \subseteq L_s(TS')$.

$\square$

Следствие 4.1. $TS \simeq_{smay} TS' \Leftrightarrow L_s(TS) = L_s(TS')$.

5. ЧАСТИЧНО УПОРЯДОЧЕННАЯ ТЕСТОВАЯ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ

В данном разделе описывается частично упорядоченная семантика и тестирование временных структур событий, а также определяется и характеризуется частично упорядоченная тестовая экивалентность ($pomay$-экивалентность) временных структур событий в контексте рассматриваемой модели.

Пусть $e_* \notin \mathbf{E}$. Обозначим множество временных структур с событиями из $\mathbf{E} \cup \{\mathbf{e}_*\}$, помеченных над Act_τ, через $\mathcal{E}^*_\tau$.

Определение 5.1. *Введем понятие* ***временного частично упорядоченного множества****(tpo-множества) как $Y = TS \in \mathcal{E}^*_\tau$, где $\#_{TS} = \emptyset$, $e_* \in E_{TS}$, $l(e_*) = \tau$ и $\forall e \in E_{TS} \ . \ e \leq_{TS} e_*$. Для удобства будем также писать $Y = (E, \leq, l, D)$.*

Пусть $\triangle$ — функция, измеряющая длительность tpo-множества: $\triangle(Y) = max\{time(e) \mid e \in E_Y\} = time(e_*)$.

Определение 5.2. *Пусть $Y = (E, \leq, l, D)$ — tpo-множество. Тогда* ***ограничением*** *Y на Act будем называть $Y' = Y|_{Act} \in \mathcal{E}_\tau$, где*

- $E_{Y'} = Obs(E_Y)$;
- $\leq_{Y'} = \leq_Y|_{E_{Y'}}$;
- $l_{Y'} = l_Y|_{E_{Y'}}$;
- $\#_{Y'} = \emptyset$;
- $\forall e \in (E_{Y'} \cap E_Y)$.
$$D_{Y'}(e) = \begin{cases} time_Y(e), & \text{если } {}^\bullet e \cap E_{Y'} = \emptyset; \\ time_Y(e) - max\{time_Y(e') \mid e' \in {}^\bullet e \cap E_{Y'}\} & \text{иначе.} \end{cases}$$

Заметим, что $L_i(Y) = L_i(Y|_{Act})$ и $L_s(Y) = L_s(Y|_{Act})$.

Сгруппируем tpo-множества в непересекающиеся *tpo-классы* следующим образом. Пусть Y, Y' — tpo-множества. Тогда они находятся в одном tpo-классе, только если имеют одинаковую длительность, и их ограничения на Act попадают в один и тот же класс изоморфных временных структур событий, помеченных над Act. Поскольку tpo-класс определяется любым его tpo-множеством Y'', будем обозначать его как $[Y'']_*$. Формально, $Y, Y' \in [Y]_* = [Y']_* \Leftrightarrow Y|_{Act} \simeq Y'|_{Act} \wedge \triangle(Y) = \triangle(Y')$.

Поскольку $L_i(Y) = L_i(Y')$ и $L_s(Y) = L_s(Y')$ для всех $Y, Y' \in [Y]_*$, то для удобства будем обозначать $L_i([Y]_*) = L_i(Y)$ и $L_s([Y]_*) = L_s(Y)$.

Частично упорядоченное выполнение временной структуры событий представляется переходом из состояния в состояние посредством выполнения *tpo-множества*. Определим это отношение перехода следующим образом.

Пусть $TS \in \mathcal{E}_\tau$, $M_1 = (C_1, \delta_1)$, $M_2 = (C_2, \delta_2) \in State(TS)$. Тогда tpo-множество Y *может выполниться* в M_1 (обозначается $M_1 \xrightarrow{Y}$), если

- $C_1 \cup (E_Y \setminus \{e_*\}) \in Conf(TS)$;
- $\leq_{TS} |_{E_Y \setminus \{e_*\}} = \leq_Y |_{E_Y \setminus \{e_*\}}$;
- $l_{TS}|_{E_Y \setminus \{e_*\}} = l_Y|_{E_Y \setminus \{e_*\}}$;
- $\forall e \in E_Y \setminus \{e_*\}$. $D_Y(e) = \begin{cases} D_{TS}(e) - \delta_1(e), & \text{если } e \in En_{TS}(C_1); \\ D_{TS}(e) & \text{иначе;} \end{cases}$
- если $En_{TS}(C_1 \cup (E_Y \setminus \{e_*\})) = \emptyset$, то $D_Y(e_*) = 0$;
  если $E_Y = \{e_*\}$, то $\forall e \in En_{TS}(C_1)$. $\delta_1(e) + D_Y(e_*) \in D_{TS}(e)$;
  в остальных случаях $\forall e \in (E_Y \setminus \{e_*\})$ $\forall e' \in En_{TS}(C_1 \cup (E_Y \setminus \{e_*\}))$. $time_{TS}(e) + D_Y(e_*) \leq time_{TS}(e')$.

Состояние M_1 *переходит* в состояние M_2 посредством выполнения tpo-множества Y (обозначается $M_1 \xrightarrow{Y} M_2$), если $M_1 \xrightarrow{Y}$, $C_2 = C_1 \cup (E_Y \setminus \{e_*\})$

и $|\delta_1| + \triangle(Y) = |\delta_2|$, где

$$|\delta| = \begin{cases} 0, & \text{если } E_{TS} = \emptyset; \\ max\{\delta(e) \mid e \in E_{TS}\} & \text{иначе.} \end{cases}$$

Отметим, что в отличие от определенных ранее переходов M_1 и M_2 могут совпадать, а M_1 может быть заключительным состоянием.

Теперь рассмотрим слабое отношение перехода. Пусть $[Y]_*$ — tpo-класс, тогда $\stackrel{[Y]_*}{\Rightarrow}$, если $\stackrel{Y}{\rightarrow}$.

Определим множество *временных частично упорядоченных слов* (tpo-слов) как $Dom(Tpomsets^{Act}, \mathbf{N}) = \{\langle u, d\rangle_{po} \mid u \in Tpomsets^{Act}, d \in \mathbf{N},\ d \geq \triangle(u)\}$.

Для tpo-множества Y определим функцию ρ_{po}, переводящую tpo-множества в tpo-слова следующим образом: $\rho_{po}(Y) = \langle [Y|_{Act}]^{Act}_{\simeq}, \triangle(Y)\rangle_{po}$. Очевидно, что для $Y_1, Y_2 \in [Y]_*$ верно $\rho(Y_1) = \rho(Y_2)$, поэтому положим $\rho([Y]_*) = \rho(Y)$ для tpo-класса $[Y]_*$.

Заметим, что если $\rho_{po}([Y]_*) = \rho_{po}([Y']_*)$, то по определениям tpo-класса, ограничения tpo-множества на Act и функции ρ_{po} имеем $[Y]_* = [Y']_*$.

Обобщим слабое отношение перехода на tpo-слова из $Dom(Tposets^{Act}, \mathbf{N})$. Пусть $[Y]_*$ — tpo-класс, тогда

$$\text{если } M \stackrel{[Y]_*}{\Rightarrow} M', \text{ то } M \stackrel{\rho_{po}([Y]_*)}{\Rightarrow} M'$$

Более того, согласно предыдущему замечанию мы имеем

$$M \stackrel{[Y]_*}{\Rightarrow} M' \Leftrightarrow M \stackrel{\rho_{po}([Y]_*)}{\Rightarrow} M'$$

Множество $L_{po}(TS) = \{\langle u, d\rangle_{po} \in Dom(Tposets^{Act}, \mathbf{N}) \mid M_{TS} \stackrel{\langle u,d\rangle_{po}}{\Rightarrow}\}$ будем называть *tpo-языком* временной структуры событий. Например, для временной структуры событий TS, изображенной на рис. 1, ее tpo-язык графически представлен на рис. 7.

Заметим, что если $\rho(Y) \in L_{po}(TS)$, то $L_i(Y) \subseteq L_i(TS)$, $L_s(Y) \subseteq L_s(TS)$.

В следующем определении описывается процесс частично упорядоченного тестирования, а именно: совместное выполнение временной структуры событий и теста в частично упорядоченной семантике.

Определение 5.3. *Пусть* $TS \in \mathcal{E}_\tau$, $TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$, $M \in State(TS)$, $T \in State(TTS)$ *и* $[Y]_*$ *— tpo-класс. Тогда*

$$\langle \mathbf{0}, 0\rangle_{po},\ \langle \mathbf{0}, 1\rangle_{po},\ \langle \begin{array}{c}\llbracket 1\rrbracket\\ a\end{array}, 1\rangle_{po},\ \ \langle \begin{array}{c}\llbracket 1\rrbracket\\ b\end{array}, 1\rangle_{po}$$

$$\langle \begin{array}{c}\llbracket 1\rrbracket\\ a\\ b\\ \llbracket 1\rrbracket\end{array}, 1\rangle_{po},\ \ \langle \begin{array}{c}\llbracket 1\rrbracket\\ a\\ b\\ \llbracket 1\rrbracket\end{array}, 2\rangle_{po},\ \ \langle \begin{array}{c}\llbracket 1\rrbracket\\ a\\ b\\ \llbracket 1\rrbracket\end{array}, 3\rangle_{po},\ \ \langle \begin{array}{ccc}\llbracket 1\rrbracket & & \llbracket 2\rrbracket\\ a & \longrightarrow & c\\ b & & \\ \llbracket 1\rrbracket & & \end{array}, 3\rangle_{po}$$

Рис. 7.

- $M\|T \overset{[Y]_*}{\Rightarrow} M'\|T'$, *если* $M \overset{[Y]_*}{\Rightarrow} M'$ *и* $T \overset{[Y]_*}{\Rightarrow} T'$;
- *последовательность* $M\|T \overset{[Y]_*}{\Rightarrow} M'\|T'$ *называется* ***tpo-вычислением,*** *если* $M'\|T'$ *— максимальное тестовое состояние. tpo-вычисление является* ***успешным,*** *если* $M'\|T'$ *успешно. Множество всех tpo-вычислений, начинающихся тестовым состоянием* $M\|T$, *будем обозначать через* $Comp_{po}(M\|T)$;
- $M potay T$, *если существует успешное tpo-вычисление* $\nu \in Comp_{po}$ $(M\|T)$. TS *potay* TTS, *если* M_{TS} *potay* T_{TTS}.

Теперь определим понятие частично-упорядоченной тестовой эквивалентности временных структур событий.

Определение 5.4.

- $TS \leq_{potay} TS' \Leftrightarrow \forall\, TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}\ .\ TS potay TTS \Rightarrow TS' potay TTS$;
- $TS \simeq_{potay} TS' \Leftrightarrow TS \leq_{potay} TS' \ \wedge\ TS' \leq_{potay} TS$.

Пример *potay*-эквивалентных временных структур событий приведен на рис. 8.

На рис. 5 временные структуры событий TS_1 и TS_4 не *potay*-эквивалентны, так как для теста TTS_3 с рис. 8 имеем TS_1 *potay* TTS_3, но не верно TS_4 *potay* TTS_3, поскольку все tpo-вычисления из $Comp_{po}$ $(M_{TS_4}\|T_{TTS_3})$ являются неуспешными.

В следующей теореме дается следовая характеризация частично упорядоченного тестового предпорядка временных структур событий.

Теорема 5.1. $TS \leq_{potay} TS' \Leftrightarrow L_{po}(TS) \subseteq L_{po}(TS')$.

Доказательство.

($\Leftarrow$) Предположим $L_{po}(TS) \subseteq L_{po}(TS')$. Пусть TS *potay* TTS для некоторого $TTS \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$, т. е. существует успешное tpo-вычисление $M_{TS}\|T_{TTS} \overset{[Y]_*}{\Rightarrow} M\|T$. Построим tpo-слово $\langle u, d\rangle_{po} = \rho_{po}([Y]_*)$. Так как

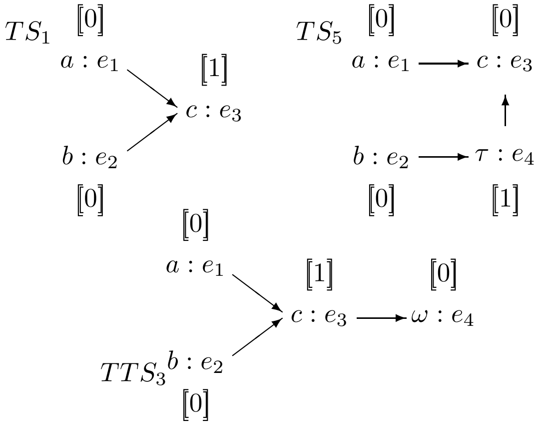

Рис. 8.

$\langle u, d\rangle_{po} \in L_{po}(TS) \cap L_{po}(TTS)$, то $\langle u, d\rangle_{po} \in L_{po}(TS') \cap L_{po}(TTS)$ согласно предположению. Следовательно, $M_{TS'} \overset{\langle u,d\rangle_{po}}{\Rightarrow}$ и $T_{TTS} \overset{\langle u,d\rangle_{po}}{\Rightarrow} T$. Тогда существует успешное tpo-вычисление $M_{TS'} \| T_{TTS} \overset{[Y]_*}{\Rightarrow} M' \| T$, т. е. TS' *pomay* TTS.

В силу произвольности выбора TTS получаем $TS \leq_{smay} TS'$.

($\Rightarrow$) Предположим $TS \leq_{pomay} TS'$. Пусть $\langle u, d\rangle_{po} \in L_{po}(TS)$ и Y — tpo-множество такое, что $\rho_{po}(Y) = \langle u, d\rangle_{po}$. Строим тест $TTS = (E, \leq, \#, l, D) \in \mathcal{E}_{\tau,\omega}$ следующим образом:

- $E_{TTS} = (E_Y \setminus \{e_*\}) \cup \{e\}$, где $e \notin E_Y$;
- $\leq_{TTS} = \leq_Y|_{E_{TTS}} \cup (E_{TTS} \times \{e\})$;
- $\#_{TTS} = \emptyset$;
- $l_{TTS}|_{E_Y \setminus \{e_*\}} = l_Y|_{E_Y \setminus \{e_*\}}$; $l_{TTS}(e) = \omega$;
- $D_{TTS}|_{E_Y \setminus \{e_*\}} = D_Y|_{E_Y \setminus \{e_*\}}$; $D_{TTS}(e) = D_Y(e_*)$.

Тест TTS показан на рис. 9.

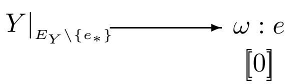

Рис. 9.

По построению TTS существует успешное tpo-вычисление $M_{TS} \| T_{TTS} \overset{[Y]_*}{\Rightarrow} M \| T$. Тогда TS *pomay* TTS, но по предположению $TS \leq_{pomay} TS'$, и, следовательно, существует успешное tpo-вычисление $M_{TS'} \| T_{TTS} \overset{[Y']_*}{\Rightarrow}$

$M'\|T'$. Из построения TTS следует, что $[Y']_* = [Y]_*$, поэтому $\rho_{po}([Y]_*)$ $= \langle u, d\rangle_{po} \in L_{po}(TS')$.

В силу произвольности выбора $\langle u, d\rangle_{po} \in L_{po}(TS)$ получаем $L_{po}(TS)$ $\subseteq L_{po}(TS')$.

$\square$

Следствие 5.1. $TS \simeq_{pomay} TS' \Leftrightarrow L_{po}(TS) = L_{po}(TS')$.

6. СРАВНИТЕЛЬНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ПРЕДЛОЖЕННЫХ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЕЙ

Традиционно варианты различных поведенческих эквивалентностей структур событий связаны следующим образом: частично упорядоченный вариант сильнее шагового, а шаговый сильнее интерливингового. Примеры таких взаимосвязей можно найти в работах [3] и [5]. Аналогичные соотношения для введенных в данной статье тестовых интерливинговой, шаговой и частично упорядоченной эквивалентностей временных структур событий показаны в следующей теореме.

Теорема 6.1. $TS \leq_{imay} TS' \Leftarrow_1 TS \leq_{smay} TS' \Leftarrow_2 TS \leq_{pomay} TS'$.

Доказательство.

($\Leftarrow_1$) Предположим $TS \leq_{smay} TS'$. Рассмотрим $\langle w, d\rangle_i = \langle a_1(d_1)\ldots a_n(d_n), \sum_{i=1}^{n+1} d_i\rangle_i \in L_i(TS)$ $(n \geq 0)$. Поскольку $\stackrel{a}{\rightarrow} \Leftrightarrow \stackrel{\{a\}}{\rightarrow}$, то $\langle w', d\rangle_s = \langle \{a_1\}(d_1)\ldots\{a_n\}(d_n), \sum_{i=1}^{n+1} d_i\rangle_s \in L_s(TS)$. Так как $L_s(TS) \subseteq L_s(TS')$ по теореме 4.1, то $\langle w', d\rangle_s \in L_s(TS')$ и, в свою очередь, $\langle w, d\rangle_i \in L_i(TS')$. В силу произвольности выбора $\langle w, d\rangle_i \in L_i(TS)$ получаем $L_i(TS) \subseteq L_i(TS')$, т. е. $TS \leq_{imay} TS'$ по теореме 3.1.

($\Leftarrow_2$) Предположим $TS \leq_{pomay} TS'$. Пусть $\langle w, d\rangle_s \in L_s(TS)$, $M_{TS} \stackrel{\langle w,d\rangle_s}{\rightarrow} M = (C, \delta)$. Рассмотрим tpo-множество Y такое, что $E_Y = C \cup \{e_*\}$, $Y|_C = TS|_C$, $D_Y(e_*) = d - \triangle(Y)$. По определению перехода посредством выполнения tpo-множества имеем $M_{TS} \stackrel{Y}{\rightarrow} M$, поэтому $\rho_{po}(Y) \in L_{po}(TS)$. Очевидно, что $\langle w, d\rangle_s \in L_s(Y)$. Так как $L_{po}(TS) \subseteq L_{po}(TS')$ по теореме 5.1, то $\rho_{po}(Y) \in L_{po}(TS')$ и, в свою очередь, $\langle w, d\rangle_s \in L_s(TS')$. В силу произвольности выбора $\langle w, d\rangle_s \in L_s(TS)$ получаем $L_s(TS) \subseteq L_s(TS')$, т. е. $TS \leq_{smay} TS'$ по теореме 4.1.

$\square$

Следствие 6.1. $TS \simeq_{imay} TS' \Leftarrow TS \simeq_{smay} TS' \Leftarrow TS \simeq_{pomay} TS'$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Andreeva M.V., Bozhenkova E.B., Virbitskaite I.B.** Analysis of Timed Concurrent Models Based on Testing Equivalence// Proc. of the Con. Spec. and Prog.'99 Workshop. — Warsaw, 1999. — P. 7–22.
2. **Andreeva M.V., Bozhenkova E.B., Virbitskaite I.B.** Analysis of Timed Concurrent Models Based on Testing Equivalence// Fund. Inf. — 2000. — Vol. 41. — P. 1–18.
3. **Aceto L., De Nicola R., Fantechi A.** Testing Equivalences for Event Structures// Lect. Notes in Comp. Sci. — 1987. — Vol. 280. — P. 1–20.
4. **van Glabbeek R.J., Goltz U.** Equevalence Notions for Concurrent Systems and Refinement of Actions// Lect. Notes in Comp. Sci. — 1989. — Vol. 379. — P. 237–248.
5. **Goltz U., Wehrheim H.** Causal Testing// Lect. Notes in Comp. Sci. — 1996. — Vol. 1113. — P. 394–406.
6. **Steffen B., Weise C.** Deciding Testing Equivalence for Real-Time Processes with Dense Time// Lect. Notes in Comp. Sci. — 1993. — Vol. 711. — P. 703–713.
7. **Winscel G.** An Introduction to Event Structures// Lect. Notes in Comp. Sci. — 1988. — Vol. 354. — P. 364–397.
8. **De Nicola R., Hennessy M.** Testing Equiavalence for Processes// Theor. Comp. Sci. — 1984. — Vol. 34. — P. 83–133.
9. **Cleavlend R., Zwarico A.E.** A theory of Testing for Real-Time// LICS. — 1991. — P. 110–119.

М. В. Андреева

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВАРИАНТЫ MAY-ТЕСТОВЫХ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЕЙ ВРЕМЕННЫХ СТРУКТУР СОБЫТИЙ

Препринт
77

Рукопись поступила в редакцию 25.05.2000
Рецензент А. В. Вотинцева
Редактор Л. А. Карева

Подписано в печать 27.10.2000
Формат бумаги 60×84 1/16 Объем 1,1 уч.-изд.л., 1,2 п.л.
Тираж 50 экз.

НФ ООО ИПО “Эмари” РИЦ, 630090, г. Новосибирск, пр. Акад. Лаврентьева, 6